ESTRATEGIA DE ASIGNACIÓN PARA EL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON MÚLTIPLES DEPÓSITOS

María Janeth Bravo Montenegro (1)*, Fredy Alexander Guasmayán Guasmayán (2), Diego Hernán Peluffo Ordóñez (3)

(1) María Janeth Bravo Montenegro: Universidad Mariana, Facultad de Ingeniería, Calle 18 No.34-104 Pasto, Colombia. (mabravo@umariana.edu.co)
(2) Fredy Alexander Guasmayán Guasmayán: Universidad Mariana, Facultad de Ingeniería, Calle 18 No.34-104 Pasto, Colombia. (fguasmayan@umariana.edu.co)
(3) Diego Hernán Peluffo Ordóñez: Universidad Técnica del Norte, Facultad de Ingeniería en Ciencias Aplicadas, Electronic Engineering, Av. 17 de Julio. 5-21. Ibarra, Ecuador. (dhpeluffo@utn.edu.ec)
* Autor principal

Abstract—
This project addresses the solution of Multi Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP) involving fuel consumption, this problem is considered NP-hard, so it is solved by a hybrid algorithm that minimizes the costs of distance and fuel consumption, within a reasonable computational time. Client grouping and allocation to deposits made by applying two procedures in order to form the initial population, the first procedure is to assign first and routed after using ellipses, the routes are programmed and optimized using genetic algorithms. The performance of the algorithm is evaluated by conducting different runs and comparing the results obtained with the bodies designed by Cordeau, in order to apply the methodology of solution test case distribution of dairy products a company of San Juan de Pasto, which is also considered distance fuel costs.

Key words: *Ellipse, Fuel Consumption, Genetic Algorithm, Heuristic, hybrid algorithms, Multi Depot Vehicle Routing Problem.*

I. INTRODUCCIÓN

El problema Multi Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP), incluyendo el consumo de combustible es considerado como una generalización del Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP) donde más de un depósito puede ser incluido, es decir $|G|>1$, siendo G un conjunto de depósitos, además, el vehículo debe empezar y terminar en el mismo depósito. [3] En cuanto al consumo de combustible es un factor que se incluye en esta investigación ya que tiene incidencia directa en las emisiones de gases de efecto invernadero; según la literatura especializada el porcentaje de consumo de combustible depende de variables diversas, considerando para el presente proyecto la carga de los vehículos; la importancia de incluir el consumo de combustible en el problema MDVRP radica en que la optimización del transporte no tiene que ver únicamente con minimizar la distancia recorrida sino también con minimizar los efectos perjudiciales para el medio ambiente y la salud humana, que en la medida de su deterioro implicaría grandes costos.

II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El MDVRP consiste en encontrar y definir las rutas para un conjunto de vehículos encargados de la distribución de productos a diferentes clientes saliendo desde uno de varios depósitos y retornando al mismo, por las características combinatoriales de este problema y en relación al caso de prueba donde se cuenta específicamente con 2 depósitos y 154 sectores o clientes por atender se plantea una solución mediante el uso de metaheurísticas como es el caso del algoritmo genético modificado de Chu Beasley [4], considerando condiciones usuales de este problema tales como:

1) *Existe un número definido de vehículos, clientes, depósitos y productos.*
2) *Se trabaja con una flota de vehículos homogénea.*
3) *Todos los vehículos salen de un depósito y regresan a él.*
4) *Existe una matriz de costos dada por la distancia entre clientes incluyendo los depósitos.*
5) *Cada cliente se caracteriza por su ubicación y demanda de productos.*
6) *El gasto de combustible de los vehículos se considera asociado a la geografía del sitio de distribución de productos, por medio de un factor de sobrecosto dado por el peso de la carga incluyendo este factor en l matriz mencionada en el numeral 4.*

Bajo dichas consideraciones la solución de este problema implica desarrollar estrategias para la asignación de clientes a los depósitos según la distancia y la capacidad del depósito y otro aspecto es la definición de una ruta para cada vehículo en su depósito de tal manera que el total de clientes sea atendido.

III. MODELO MATEMÁTICO

Con el fin de escribir matemáticamente el problema mencionado se toma como referencia el modelo planteado por Sureka P. et al [5] en el cual se define una función objetivo dada por la minimización del costo de la distancia recorrida en cada una de las rutas desde los depósitos, en la cual este proyecto propone adicionar el factor de sobrecosto por consumo de combustible en esta función.

Seguido a la función objetivo se encuentra un conjunto de restricciones de acuerdo a la caracterización del problema, es decir que se limitan los recursos y se cumple con realizar únicas visitas a los clientes, salir y retornar una única vez al depósito correspondiente, hacer entrega de la totalidad del producto según la demanda que establezca el cliente como se muestra en el listado de ecuaciones a continuación.

Conjuntos:

I: Conjunto de depósitos
J: Conjunto de clientes
K: Conjunto de vehículos

Índices:

i: Índice del depósito
j: Índice del cliente
k: Índice de la ruta

Parámetros:

N: Número de vehículos
c_{ij}*: Distancia entre punto i y j*
V_i*: Máxima capacidad para el deposito i*
d_i*: Demanda del cliente j*
Q_k*: Capacidad del vehículo (Ruta) k*
P_v*: Peso del vehículo vacío*

Variables de decisión:

$x_{ijk}=1$*, si el cliente j sale del depósito i en la ruta k.*
$x_{ijk}=0$*, en otro caso.*
f_{ijk}*: Factor de sobrecosto por gasto de combustible*
$z_{ij}=1$*, si el cliente j es asignado al depósito i*
$z_{ij}=0$*, en otro caso*
U_{lk}*: Variable auxiliar para restricciones de eliminación de sub tours en la ruta k.*

La función objetivo es minimizar la distancia total de todos los vehículos dados por la ecuación (3-12)

$$Min \sum_{i\in I\cup J} \sum_{j\in I\cup J} \sum_{k\in K} c_{ij} x_{ijk} f_{ijk} \qquad \textbf{(1)}$$

El factor de sobrecosto se considera de acuerdo a características del vehículo y la demanda de los clientes, teniendo en cuenta que en la medida que el vehículo realiza sus descargas o entregas el factor de sobrecosto disminuye en proporción a la disminución del peso del mismo durante su recorrido, es decir que a menor carga del vehículo menor gasto de combustible.
De acuerdo a esto el factor (f_{ijk}) se escribe de la siguiente manera en la ecuación (1) se toma como referencia los aportes de Xiao [6], teniendo en cuenta que a medida que la ruta avanza la carga disminuye. Cabe aclarar que el factor f_{ijk} actúa como un porcentaje de sobrecosto en la función objetivo y en ningún momento altera la linealidad de la misma.

$$\mathrm{f}_{ijk} = 1 + d_j / P_v \qquad \textbf{(2)}$$

Cada cliente ha sido asignado a una única ruta. Ecuación (3)

$$\sum_{k\in K} \sum_{i\in I\cup J} x_{ijk} = 1, j \in J \qquad \textbf{(3)}$$

La restricción de capacidad para un conjunto de vehículos está dada por la ecuación (4)

$$\sum_{j\in J} d_j \sum_{i\in I\cup J} x_{ijk} \le Q_k, k \in K \qquad \textbf{(4)}$$

La ecuación (5) indica el nuevo conjunto de restricciones para la eliminación de sub tour.

$$U_{lk} - U_{jk} + N x_{ijk} \le N-1,\ l, j \in J, k \in K \qquad \textbf{(5)}$$

Las restricciones de conservación de flujo se indican en la ecuación (6)

$$\sum_{j\in I\cup J} x_{ijk} - \sum_{j\in I\cup J} x_{jik} = 0,\ k \in K, i \in I \cup J \qquad \textbf{(6)}$$

Se asigna un único vehículo a cada ruta. Ecuación (7)

$$\sum_{i\in I} \sum_{j\in J} x_{ijk} \le 1, k \in K \qquad \textbf{(7)}$$

La restricción de capacidad para los depósitos se indica en la ecuación (8)

$$\sum_{j\in J} d_i z_{ij} \le V_i,\ i \in I \qquad \textbf{(8)}$$

La restricción de la ecuación (9) específica que un cliente puede ser asignado a un depósito únicamente.

$$-z_{ij} + \sum_{u\in I\cup J} (x_{iuk} + x_{ujk}) \le 1,\ i \in I, j \in J, k \in K \qquad \textbf{(9)}$$

Las variables de decisión son de tipo binario. Ecuación (10) y Ecuación (11)

$$x_{ijk} \in \{0,1\},\ i \in I, j \in J, k \in K \qquad \textbf{(10)}$$

$$z_{ij} \in \{0,1\},\ i \in I, j \in J \qquad \textbf{(11)}$$

Se define a la variable auxiliar con valores positivos. Ecuación (12)

$$U_{lk} \ge 0,\ l \in J, k \in K \qquad \textbf{(12)}$$

IV. METODOLOGIA DE SOLUCIÓN

La solución del problema se ha dividido en tres etapas, la primera corresponde a la asignación de clientes al depósito por medio de la generación de elipses con ángulos de rotación y radios aleatorios que permiten el intercambio de clientes entre depósitos.
La segunda etapa consiste en ejecutar una metodología híbrida en la solución del problema de ruteo basada principalmente en la implementación de un algoritmo genético de Chu Beasley [4].
En una etapa final se considera el mejoramiento de las soluciones tanto de ruteo como de asignación por medio de algoritmos de intercambio inter depósitos e inter rutas, haciendo uso de elipses y mecanismos de intercambio como Shift 1-2, swap 1-2 y 2-opt[7].

Asignación de clientes a los depósitos

Este proceso permite asignar un número adecuado de clientes a cada depósito de acuerdo con su proximidad y la capacidad del mismo usando un ángulo de rotación de las elipses, esto permite por medio de la rotación de una elipse con centro en el depósito absorber diferentes clientes produciendo mayor variabilidad en la asignación, para ello se puede generar varias elipses diferentes con los mismos radios con una rotación entre 0 y 180 grados,

La figura 1 muestra la diferencia en la asignación de clientes cuando las elipses rotan.

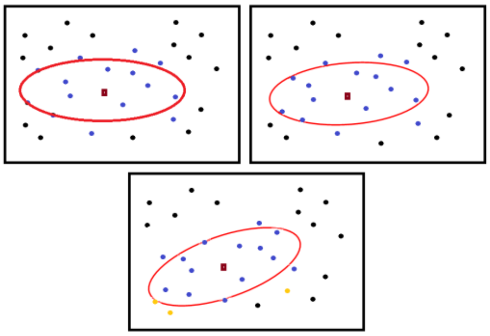

Figura 1. Rotación de elipses

La asignación de clientes no tiene cambios significativos cuando la rotación de la elipse se produce con ángulos pequeños, por esta razón se toma como referencia ángulos de 15°. Por otra parte el radio mayor y el radio menor de la elipse son aleatorios y proporcionales entre la máxima distancia entre clientes y la mínima distancia entre clientes y depósito.

Ruteo por cada depósito

De acuerdo con el algoritmo genético de Chu Beasley, se procede a obtener una población inicial con los individuos formados a partir de la asignación de clientes a depósitos por medio de elipses, es decir que cada individuo corresponde a clientes ya asignados a un depósito; para esto se cuenta con 20 individuos diferentes en la población con su respectiva función de costo por distancia a los cuales se les hace el proceso de selección sometiendo a los individuos a torneo y tomando de estos cinco de los cuales por medio de su función se elige a los dos mejores, estos individuos pasan a la etapa de cruce por al algoritmo de recombinación PMX [8]. Continuando con la metodología del AGCB, se realiza un algoritmo de mutación siempre y cuando corresponda al 5% de la generación, esto se hace por medio de permutaciones en el cromosoma de los hijos, logrando la salida de óptimos locales aunque pueda empeorar la función objetivo. Finalmente se presentan los hijos a la población inicial y estos se ingresan si es un hijo mutado diferente o si es mejor que los padres o alguno de la población, la que se actualiza con cada generación hasta un número máximo de estas o hasta cuando el valor de la función objetivo no cambie.

Etapa de mejoramiento

La etapa final de la metodología para solucionar el MDVRP consiste en realizar intercambios entre depósitos trazando una línea recta desde uno a otro depósito siendo esta uno de los diámetros para formar una elipse a la cual según el criterio de pertenencia o no de clientes a esta elipse se procede a hacer un intercambio entre los clientes a través shift swap y 2 opt, este proceso se repite para cada depósito. Después de hacer los intercambios que mejoren la función objetivo se procede a hacer intercambios entre rutas para complementar y evitar cruce entre aristas.

Con el siguiente ejemplo se ilustra la metodología:

m: número de vehículos= 3
n: número de clientes= 8
t: número de depósitos= 2
Q= Carga máxima del vehículo= 16
M= Datos de entrada.

Los datos de entrada están dados por coordenadas cartesianas y la demanda de cada cliente.

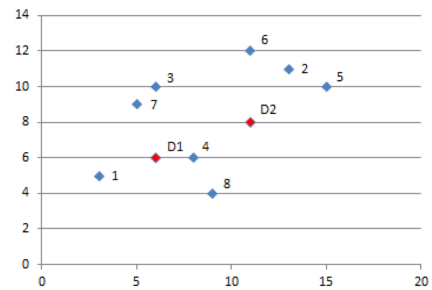

Figura 2. Distribución de clientes

- ***asignación por medio de elipses***.

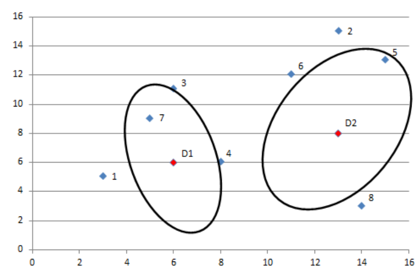

Figura 3 Iteración 1 - Construcción de elipses

La construcción de las elipses en la primera iteración genera un individuo con estructura acorde a la codificación mencionada.

J_1= [1 7 3 4 6 2 5 8] (conjunto de clientes)
D_1= [8 3 5 7 12 2 2 6] (demanda de cada cliente)
$Depo_1$= [4 4] (número de clientes de J_1 que pertenecen a cada depósito)

$$V_1=\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Cada fila de la matriz representa cada depósito, conteniendo el número de clientes asignados a cada ruta, así en el ejemplo la primera ruta del primer depósito contiene 1 cliente.

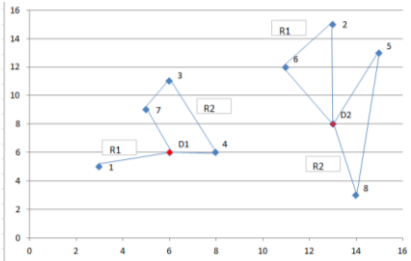

Figura 4. Representación gráfica del Individuo 1

f_o = 54.72 (Costo del individuo 1)
Cada iteración de las elipses produce individuos diferentes.

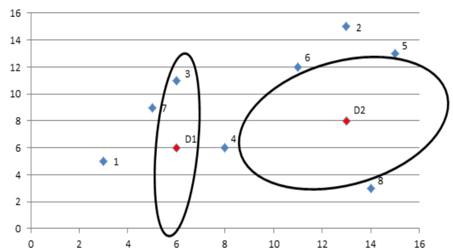

Figura 5. Iteración 2 - Construcción de elipses

$$J_2 = [3\ \ 7\ \ 1\ \ 4\ \ 8\ \ 6\ \ 2\ \ 5]$$
$$D_2 = [5\ \ 3\ \ 8\ \ 7\ \ 6\ \ 12\ \ 2\ \ 2]$$
$$Depo_2 = [3\ \ 5]$$
$$V_2 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

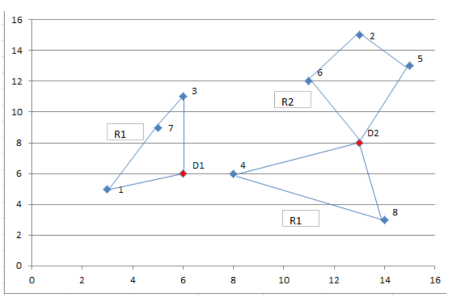

Figura 6. Representación gráfica del individuo 2 para un valor de fo = 48.35

V. CONCLUSIONES

En cuanto a la metodología, la agrupación de clientes por medio de elipses permite trabajar simultáneamente criterios como vecindad entre clientes cercanos, cercanía al depósito e intercambio entre depósitos, generando eficiencia y aporte en la asignación.
En cuanto al caso de prueba la metodología desarrollada es apropiada para solucionar el caso de real de distribución de productos lácteos, considerando 2 depósitos y 151 clientes, porque el algoritmo llega a la mejor solución en 3 de las instancias diseñadas por Cordeau y se aproxima con un porcentaje de error permisible del 2,6% hasta 4,8% en 2 casos más, desde 50 clientes con 2 y 4 depósitos hasta 249 clientes con 2 depósitos.
Se observa que la distancia prima sobre la carga, esto debido a que no es posible descargar en orden estrictamente descendente los productos.

El gasto de combustible es alto en la forma como se realiza la distribución de los productos lácteos actualmente, puesto que los vehículos salen cargados totalmente y realizan un gran recorrido desde el depósito hasta la entrada a la ciudad, por lo tanto si la empresa realiza el ruteo desde dos depósitos que actualmente funcionan como bodega y oficinas, la disminución de distancia es significativa produciendo un mejoramiento del 25,72%.

REFERENCIAS

[1] A. y D. Ministerio, “Estrategia Colombiana de Desarrollo Bajo en Carbono,” *República de Colombia Plan Nacional de Desarrollo 2010-2014*. [Online]. Available: http://www.minambiente.gov.co.

[2] R. A. Gallego Rendón, A. Escobar Zuluaga, and E. M. Toro Ocampo, *Técnicas Metaheurísticas de Optimización*, Segunda Ed. Pereira, 2008.

[3] A. Subramanian, “Heuristic, Exact and Hybrid Approaches for Vehicle Routing Problems,” Universidade Federal Fluminense, 2012.

[4] P. C. Chu and J. E. Beasley, “A genetic algorithm for the generalised assignment problem,” *Comput. Oper. Res.*, vol. 24, no. 1, pp. 17–23, 1997.

[5] P. Surekha and S. Sumathi, “Solution To Multi-Depot Vehicle Routing Problem Using Genetic Algorithms,” *World Appl. Program.*, vol. 1, no. 3, pp. 118–131, 2011.

[6] Y. Xiao, Q. Zhao, I. Kaku, and Y. Xu, “Development of a fuel consumption optimization model for the capacitated vehicle routing problem,” *Comput. Oper. Res.*, vol. 39, no. 7, pp. 1419–1431, Jul. 2012.

[7] Y. V. Piqueras, “TESIS DOCTORAL Optimización heurística económica aplicada a las redes de transporte del tipo VRPTW,” Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos Universidad Politécnica de Valencia, 2002.

[8] G. E. M. Toro Ocampo, Eliana Mirledy, Restrepo Grisales Yov Steven, “Algoritmo Genético Modificado aplicado al problema de secuenciamiento de tareas en sistemas de producción lineal - Flow Shop,” *Sci. Tech. Año XII*, no. 30, pp. 159–164, 2006.

[9] C. Malandraki and M. Daskin, “Time dependent vehicle routing problems: Formulations, properties and heuristic algorithms,” *Transp. Sci.*, 1992.